

数学试卷

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的学校、姓名、准考证号用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔填写在答题卡上，并检查条形码粘贴是否正确。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求。）

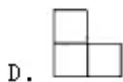
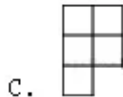
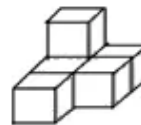
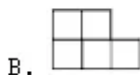
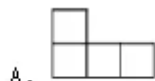
1. -2021 的绝对值是

- A. -2021 B. 2021 C. ± 2021 D. $\frac{1}{2021}$

2. 下列计算中，正确的是

- A. $(a+3)^2 = a^2 + 9$ B. $a^8 \div a^4 = a^2$
C. $2(a-b) = 2a-b$ D. $a^2 + a^2 = 2a^2$

3. 如右图所示的几何体是由 6 个完全相同的小正方体搭成，其主视图是

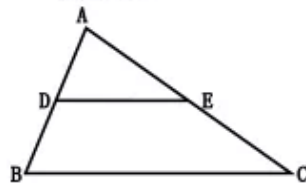


4. 国家统计局 2021 年 5 月 11 日公布了第七次全国人口普查结果，全国总人口约 14.1 亿人，将 14.1 亿用科学记数法表示为

- A. 14.1×10^8 B. 1.41×10^8 C. 1.41×10^9 D. 0.141×10^{10}

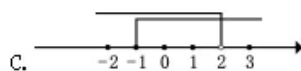
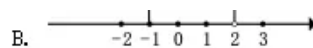
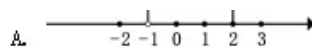
5. 如右图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别是 AB、AC 的中点，若 $\triangle ADE$ 的面积是 3cm^2 ，则四边形 BDEC 的面积为

- A. 12cm^2 B. 9cm^2
C. 6cm^2 D. 3cm^2



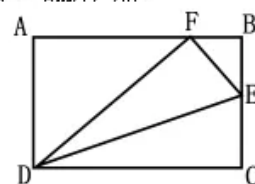
6. 下列说法正确的是

- A. 角平分线上的点到角两边的距离相等
B. 平行四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形
C. 在代数式 $\frac{1}{a}2x, \frac{x}{\pi}985, \frac{4}{a}+2b, \frac{1}{3}+y$ 中， $\frac{1}{a}, \frac{x}{\pi}, \frac{4}{a}+2b$ 是分式
D. 若一组数据 2、3、 x 、1、5 的平均数是 3，则这组数据的中位数是 4



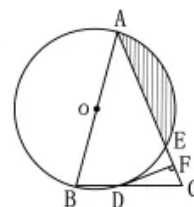
8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $AD=3$, 点 E 为 BC 上一点, 把 $\triangle CDE$ 沿 DE 翻折, 点 C 恰好落在 AB 边上的 F 处, 则 CE 的长是

- A. 1
B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{5}{3}$



9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC , AC 交于点 D , E , 过点 D 作 $DF \perp AC$, 垂足为点 F , 若 $\odot O$ 的半径为 $4\sqrt{3}$, $\angle CDF = 15^\circ$, 则阴影部分的面积为

- A. $16\pi - 12\sqrt{3}$
B. $16\pi - 24\sqrt{3}$
C. $20\pi - 12\sqrt{3}$
D. $20\pi - 24\sqrt{3}$



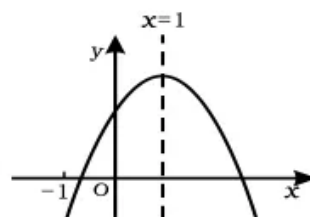
10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 有下列 5 个结论:

- ① $abc > 0$; ② $b^2 < 4ac$; ③ $2c < 3b$; ④ $a + 2b > m(am + b)$ ($m \neq 1$);

- ⑤若方程 $|ax^2 + bx + c| = 1$ 有四个根, 则这四个根的和为 2

其中正确的结论有

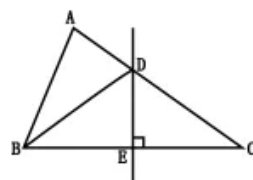
- A. 2 个
B. 3 个
C. 4 个
D. 5 个



二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. 若 $|a-2| + \sqrt{a+b} = 0$, 则 $a-b = \underline{\hspace{1cm}}$.

12. 如右图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=7$, 直线 DE 垂直平分 BC , 垂足为 E , 交 AC 于点 D , 则 $\triangle ABD$ 的周长是 $\underline{\hspace{1cm}}$.



13. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 5a \\ x + 4y = 2a + 3 \end{cases}$ 满足 $x-y > 0$, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

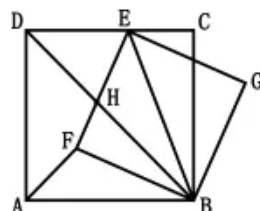
14. 下面图形都是由同样大小的小球按一定规律排列的, 依照此规律排列下去, 第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 个

图形共有 210 个小球.



15. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 CD 边上一点, 连结 BE , 以 BE 为对角线作正方形 $BGEF$, 边 EF 与正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 相交于点 H , 连结 AF , 有以下五个结论:

- ① $\angle ABF = \angle DBE$ ② $\triangle ABF \sim \triangle DBE$
 ③ $AF \perp BD$ ④ $2BG^2 = BH \cdot BD$
 ⑤ 若 $CE:DE=1:3$, 则 $BH:DH=17:16$
 你认为其中正确是 ▲ (填写序号)



三、计算或解答题 (本大题共 10 个小题, 共 90 分)

16. (7分) 计算:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + \tan 60^\circ - |2 - \sqrt{3}| + (\pi - 3)^0 - \sqrt{12}$$

▲

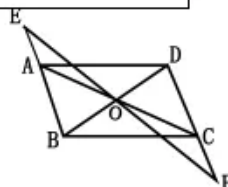
17. (7分) 先化简, 再求值: $\frac{m^3 - 2m^2}{m^2 - 4m + 4} \div \left(\frac{9}{m-3} + m + 3\right)$,

其中 m 是已知两边分别为 2 和 3 的三角形的第三边长, 且 m 是整数.

▲

18. (8分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线 EF 与 BA 、 DC 的延长线分别交于点 E 、 F .

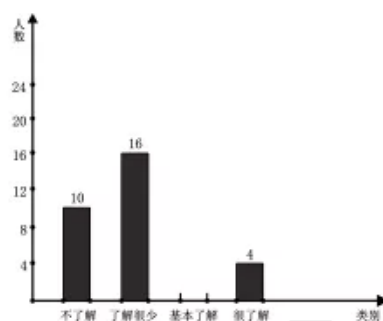
- (1) 求证: $AE = CF$;
 (2) 请再添加一个条件, 使四边形 $BFDE$ 是菱形, 并说明理由.



▲

19. (9分) 我市于 2021 年 5 月 22-23 日在遂宁观音湖举行了“龙舟赛”, 吸引了全国各地选手参加. 现对某校初中 1000 名学生就“比赛规则”的了解程度进行了抽样调查 (参与调查的同学只能选择其中一项), 并将调查结果绘制出以下两幅不完整的统计图表, 请根据统计图表回答下列问题:

类别	频数	频率
不了解	10	m
了解很少	16	0.32
基本了解	b	
很了解	4	n
合计	a	1



(1) 根据以上信息可知: $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 补全条形统计图;

(3) 估计该校 1000 名初中学生中“基本了解”的人数约有 $\underline{\hspace{1cm}}$ 人;

(4) “很了解”的 4 名学生是三男一女, 现从这 4 人中随机抽取两人去参加全市举办的“龙舟赛”知识竞赛, 请用画树状图或列表的方法说明, 抽到两名学生均为男生和抽到一男一女的概率是否相同.

▲

20. (9 分) 已知平面直角坐标系中, 点 $P(x_0, y_0)$ 和直线 $Ax + By + C = 0$ (其中 A, B 不全为 0),

则点 P 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离 d 可用公式 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ 来计算.

例如: 求点 $P(1, 2)$ 到直线 $y = 2x + 1$ 的距离, 因为直线 $y = 2x + 1$ 可化为 $2x - y + 1 = 0$, 其中 $A = 2, B = -1, C = 1$, 所以点 $P(1, 2)$ 到直线 $y = 2x + 1$ 的距离为:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2 \times 1 + (-1) \times 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

根据以上材料, 解答下列问题:

(1) 求点 $M(0, 3)$ 到直线 $y = \sqrt{3}x + 9$ 的距离;

(2) 在 (1) 的条件下, $\odot M$ 的半径 $r = 4$, 判断 $\odot M$ 与直线 $y = \sqrt{3}x + 9$ 的位置关系, 若相交, 设其弦长为 n , 求 n 的值; 若不相交, 说明理由.

▲

21. (9 分) 某服装店以每件 30 元的价格购进一批 T 恤, 如果以每件 40 元出售, 那么一个月内能售出 300 件, 根据以往销售经验, 销售单价每提高 1 元, 销售量就会减少 10 件, 设 T 恤的销售单价提高 x 元.

(1) 服装店希望一个月内销售该种 T 恤能获得利润 3360 元, 并且尽可能减少库存, 问 T 恤的销售单价应提高多少元?

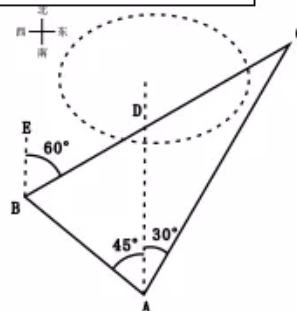
(2) 当销售单价定为多少元时, 该服装店一个月内销售这种 T 恤获得的利润最大? 最大利润是多少元?

▲

22. (9 分) 小明周末与父母一起到遂宁湿地公园进行数学实践活动, 在 A 处看到 B、C 处各有一棵被湖水隔开的银杏树, 他在 A 处测得 B 在北偏西 45° 方向, C 在北偏东 30° 方向, 他从 A 处走了 20 米到达 B 处, 又在 B 处测得 C 在北偏东 60° 方向.

(1) 求 $\angle C$ 的度数;

(2) 求两颗银杏树 B、C 之间的距离 (结果保留根号).



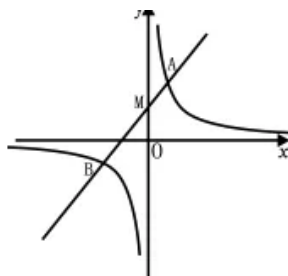
例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象交于

点 A (1, 2) 和 B (-2, a), 与 y 轴交于点 M.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 在 y 轴上取一点 N, 当 $\triangle AMN$ 的面积为 3 时, 求点 N 的坐标;

(3) 将直线 y_1 向下平移 2 个单位后得到直线 y_3 , 当函数值 $y_1 > y_2 > y_3$ 时, 求 x 的取值范围.



24. (10 分) 如图, $\odot O$ 的半径为 1, 点 A 是 $\odot O$ 的直径 BD 延长线上的一点, C 为 $\odot O$ 上的一点, $AD = OD$, $\angle A = 30^\circ$.

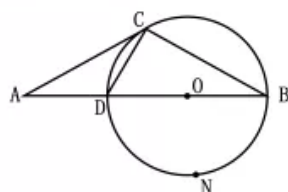
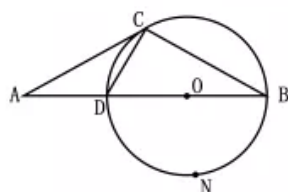
(1) 求证: 直线 AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 点 E 在 \overline{BD} 上运动 (不与 B、D 重合), 过点 C 作 CE 的垂线, 与 BD 的延长线交于点 F.

① 当点 E 运动到与点 C 关于直径 BD 对称时, 求 CF 的长;

② 当点 E 运动到什么位置时, CF 取到最大值, 并求出此时 CF 的长.



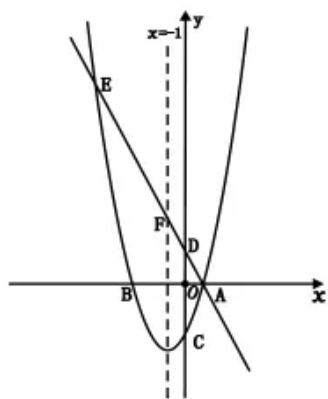
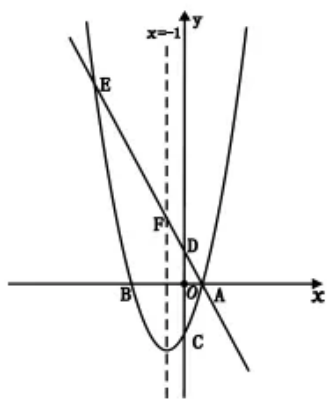
(备用图)

25. (12 分) 如图, 已知二次函数的图象与 x 轴交于 A 和 B(-3, 0) 两点, 与 y 轴交于 C(0, -3), 对称轴为直线 $x = -1$, 直线 $y = -2x + m$ 经过点 A, 且与 y 轴交于点 D, 与抛物线交于点 E, 与对称轴交于点 F.

(1) 求抛物线的解析式和 m 的值;

(2) 在 y 轴上是否存在点 P, 使得以 D、E、P 为顶点的三角形与 $\triangle AOD$ 相似, 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 试说明理由;

(3) 直线 $y = 1$ 上有 M、N 两点 (M 在 N 的左侧), 且 $MN = 2$, 若将线段 MN 在直线 $y = 1$ 上平移, 当它移动到某一位置时, 四边形 MEFN 的周长会达到最小, 请求出周长的最小值 (结果保留根号)。



(备用图)

说明：第三大题中，部分题目解法较多，请参照参考答案酌情给分.

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	D	C	B	A	C	D	A	A

二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. -4 12. 12 13. $a > 1$ 14. 20 15. ①②③

④

三、解答题

16.（本题 7 分）

$$\begin{aligned}
 \text{解：原式} &= -2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) + 1 - 2\sqrt{3} \dots\dots\dots 4\text{分} \\
 &= -2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} \dots\dots\dots 5\text{分} \\
 &= -3 \dots\dots\dots 7\text{分}
 \end{aligned}$$

17.（本题 7 分）

$$\begin{aligned}
 \text{解：原式} &= \frac{m^2(m-2)}{(m-2)^2} \div \left[\frac{9}{m-3} + \frac{(m+3)(m-3)}{m-3} \right] \\
 &= \frac{m^2}{m-2} \div \frac{9+m^2-9}{m-3} \\
 &= \frac{m^2}{m-2} \div \frac{m^2}{m-3} \dots\dots\dots 3\text{分} \\
 &= \frac{m^2}{m-2} \cdot \frac{m-3}{m^2} \\
 &= \frac{m-3}{m-2} \dots\dots\dots 4\text{分}
 \end{aligned}$$

 $\because m$ 是已知两边分别为 2 和 3 的三角形的第三边长

$$\therefore 3-2 < m < 3+2, \text{ 即 } 1 < m < 5$$

 $\because m$ 为整数 $\therefore m=2, 3, 4$ 又 $\because m \neq 0, 2, 3$

$$\therefore m=4 \dots\dots\dots 6\text{分}$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{4-3}{4-2} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 7\text{分}$$

18.（本题 8 分）

证明：(1) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore OA=OC, BE \parallel DF$$

$$\therefore \angle E = \angle F$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle E = \angle F \\ \angle AOE = \angle COF \\ OA = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$$

(A. A. S.) 3 分

$$\therefore AE = CF \text{ 4 分}$$

(2) 方法一：当 $EF \perp BD$ 时，四边形 $BFDE$ 是菱形，理由如下： 5 分

如图：连结 BF, DE

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore OB=OD$$

$$\because \triangle AOE \cong \triangle COF$$

$$\therefore OE=OF$$

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形 7 分

$$\because EF \perp BD,$$

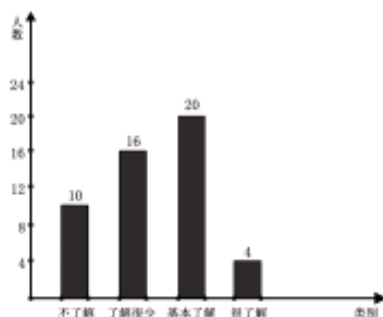
\therefore 四边形 $BFDE$ 是菱形 8 分

方法二：当 $EB=ED$ 时（或其他邻边相等时），四边形 $BFDE$ 是菱形，理由略。

19. (本题 9 分)

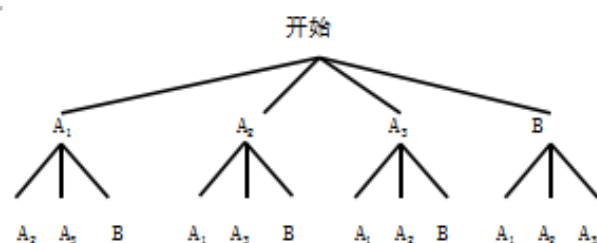
解：(1) $a=$ 50 , $b=$ 20 , $m=$ 0.2 , $n=$ 0.08 , 4 分

(2) 补全条形统计图如下图： 5 分



(3) 该校 1000 名初中学生中“基本了解”的人数约有 400 人 6 分

(4) 记 4 名学生中 3 名男生分别为 A_1, A_2, A_3 , 一名女生为 B , 则树状图如下：



或列表为:

	A_1	A_2	A_2	B
A_1		(A_1, A_2)	(A_1, A_2)	(A_1, B)
A_2	(A_2, A_1)		(A_2, A_2)	(A_2, B)
A_2	(A_2, A_1)	(A_2, A_2)		(A_2, B)
B	(B, A_1)	(B, A_2)	(B, A_2)	

从 4 人中任取两人的所有机会均等结果共有 12 种. 7 分

抽到两名学生均为男生包含: $A_1A_2, A_1A_2, A_2A_1, A_2A_2, A_2A_1, A_2A_2$ 共 6 种等可能结果,

$$\therefore P(\text{抽到两名学生均为男生}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

抽到一男一女包含: $A_1B, A_2B, A_2B, BA_1, BA_2, BA_2$ 共六种等可能结果

$$\therefore P(\text{抽到一男一女}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

故抽到两名学生均为男生和抽到一男一女的概率相同. 9 分

20. (本题 9 分)

解: (1) $\because y = \sqrt{3}x + 9$ 可变形为 $\sqrt{3}x - y + 9 = 0$, 则其中 $A = \sqrt{3}$, $B = -1$, $C = 9$,

$$\text{由公式可得 } d = \frac{|\sqrt{3} \times 0 - 3 + 9|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = 3$$

\therefore 点 M 到直线 $y = \sqrt{3}x + 9$ 的距离为 3. 4 分

(2) 由 (1) 可知: 圆心到直线的距离 $d = 3$, 圆的半径 $r = 4$,

$\because d < r$

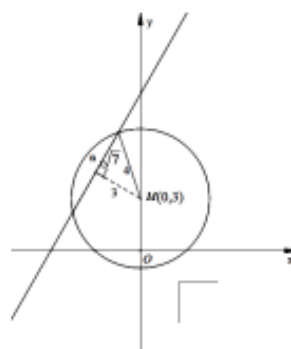
\therefore 直线与圆相交. 6 分

$$\text{则弦长 } n = 2 \times \sqrt{4^2 - 3^2} = 2\sqrt{7} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

21. (本题 9 分)

解: (1) 由题意列方程得,

$$(x+40-30)(300-10x) = 3360 \dots\dots\dots 2$$



分

解得: $x_1=2, x_2=18$

∵要尽可能减少库存,

∴ $x_2=18$ 不合题意, 应舍去。

∴T 恤的销售单价应提高 2 元. 4 分

(2) 设利润为 M 元, 由题意可得:

$$M=(x+40-30)(300-10x) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$=-10x^2+200x+3000$$

$$=-10(x-10)^2+4000 \dots\dots\dots$$

. 7 分

∴当 $x=10$ 时, $M_{\text{最大值}}=4000$ 元. 8 分

∴销售单价: $40+10=50$ (元)

答: 当服装店将销售单价 50 元时, 得到最大利润是 4000

元. 9 分

22. (本题 9 分)

方法一:

解: (1) 由题得: $BE \parallel AD$

∵ $BE \parallel AD$ 且 $\angle 1=60^\circ$

∴ $\angle 2=\angle 1=60^\circ$ 2 分

∵ $\angle 2=\angle C+\angle CAD$ 且 $\angle CAD=30^\circ$

∴ $\angle C=\angle 2-\angle CAD=30^\circ$ 4 分

(2) 过点 B 作 $BG \perp AD$ 于 G.

∵ $BG \perp AD$ ∴ $\angle AGB=\angle BGD=90^\circ$

在 $Rt\triangle AGB$ 中, $AB=20$ 米, $\angle BAG=45^\circ$

$$AG=BG=20 \times \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ 米} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle BGD$ 中, $\angle 2=60^\circ$

$$BD = \frac{BG}{\sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{2}}{3} \text{ 米}$$

$$DG = \frac{BG}{\tan 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ 米} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

∵ $\angle C=\angle CAD=30^\circ$

$$\therefore CD=AD-AG+DG=(10\sqrt{2}+\frac{10\sqrt{6}}{3}) \text{ 米}$$

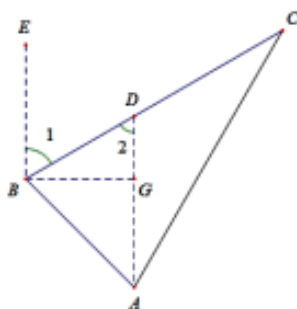
$$\therefore BC=BD+CD=(10\sqrt{2}+10\sqrt{6}) \text{ 米} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

答: 两颗银杏树 B、C 之间的距离为 $(10\sqrt{2}+10\sqrt{6})$ 米

方法二:

解: (1) 由题得: $AD \parallel BE$, $\angle 1=60^\circ$, $\angle BAC=45^\circ+30^\circ=75^\circ$

∵ $AD \parallel BE$ 且 $\angle BAD=45^\circ$



$$\therefore \angle 3 = \angle BAD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle BAC = 75^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 延长 EB, CA 交于点 F, 过点 A 作 $AH \perp BF$ 于点 H.

$$\therefore AH \perp BF$$

$$\therefore \angle AHB = \angle AHF = 90^\circ$$

在 $Rt\triangle AHB$ 中, $AB = 20$ 米, $\angle 3 = 45^\circ$

$$\therefore AH = BH = 20 \times \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ 米} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ \text{ 且 } \angle C = 30^\circ$$

$$\therefore \angle F = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

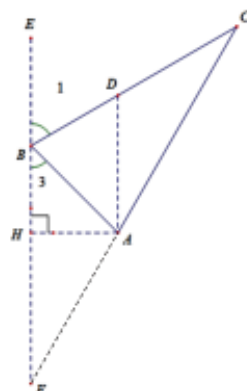
在 $Rt\triangle AHF$ 中, $AH = 10\sqrt{2}$ 米, $\angle F = 30^\circ$

$$\therefore FH = \frac{AH}{\tan 30^\circ} = 10\sqrt{6} \text{ 米} \quad \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$$\therefore \angle C = \angle F = 30^\circ$$

$$\therefore BC = BF = BH + FH = (10\sqrt{2} + 10\sqrt{6}) \text{ 米} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$



答: 两颗银杏树 B、C 之间的距离为 $(10\sqrt{2} + 10\sqrt{6})$ 米

23. (本题 10 分)

解: (1) $\because y_2 = \frac{m}{x}$ 过点 A (1, 2) $\therefore m = 1 \times 2 = 2$

即反比例函数: $y_2 = \frac{2}{x} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

当 $x = -2$ 时, $y = -1$, 即 B (-2, -1)

$\because y_1 = kx + b$ 过 A (1, 2) 和 B (-2, -1)

$$\therefore \text{代入得} \begin{cases} k + b = 2 \\ -2k + b = -1 \end{cases} \quad \text{解之得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = x + 1 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 当 $x = 0$ 时, 代入 $y = x + 1$ 中得, $y = 1$, 即 M (0, 1)

$$\because S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot |x_A| = 3 \text{ 且 } x_A = 1$$

$$\therefore MN = 6 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \quad \quad \quad N(0, 7) \quad \quad \quad \text{或} \quad \quad \quad (0, \quad \quad \quad),$$

$$-5) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 如图, 设 y_1 与 y_2 的图像交于 C, D 两点

$\because y_1$ 向下平移两个单位得 y_2 且 $y_1 = x + 1$

$\therefore y_2 = x - 1$ 7

分

$$\text{联立得} \begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}, \text{解之得} \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$\therefore C(-1, -2), D(2, 1)$

1) 8 分

$\because y_1 > y_2 > y_3$

$\therefore -2 < x < -1$ 或 $1 < x < 2$ 10 分

24. (本题 10 分)

证明: 如图所示:

(1) 连接 OC

$\because AD = CD, \angle A = 30^\circ$

$\therefore \angle ACD = 30^\circ$

$\therefore \angle CDB = 60^\circ$ 1 分

$\because OD = OC$

$\therefore \angle OCD = 60^\circ$

$\therefore \angle ACO = \angle ACD + \angle OCD = 90^\circ$

$\because OC$ 是半径

\therefore 直线 AC 是 $\odot O$ 的切线 3 分

(2) 由题意可得 $\triangle DCO$ 是等边三角形, $CD = AD = OD = 1$

作 $CH \perp BD$ 于点 H, 则 $DH = \frac{1}{2}$

$$\therefore CH = \sqrt{CD^2 - DH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 4 分}$$

$\because AB = AD + BD = 3$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ 6 分}$$

(3) ①当点 E 运动到与点 C 关于直径 AB 对称时, 如图所示,

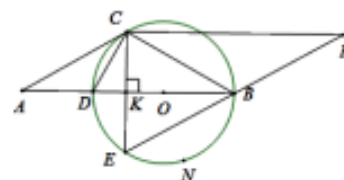
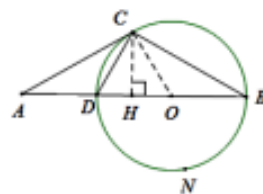
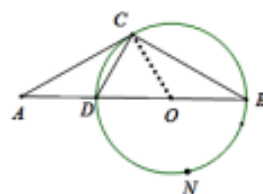
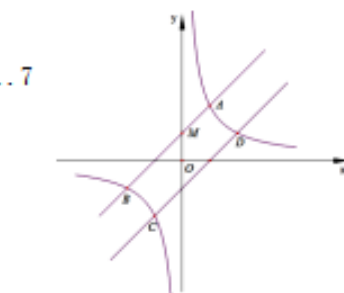
此时 $CE \perp AB$ 于点 K

$\because BD$ 为圆的直径

$$\therefore CE = 2CK = \sqrt{3}$$

$\because CF \perp CE \therefore \angle ECF = 90^\circ$

$\because \angle CDB = \angle CEB = 60^\circ$



∴在Rt△ECF中

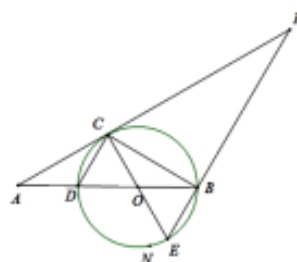
$$CF = CE \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \dots\dots\dots$$

.....8分

$$\tan 60^\circ = \frac{CF}{CE} \therefore CF = \sqrt{3}CE$$

∴当CE最大时，CF取得最大值

∴当CE为直径，即CE=2时，CF最大，最大值为



②∵点E在弧 \widehat{BND} 上运动过程中, $\angle CDB = \angle CEB = 60^\circ$

∴Rt△ECF中

25题. (本题12分)

解(1) Q 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$

设抛物线的解析式为 $y = a(x+1)^2 + k (a \neq 0)$

又Q 图象与x轴交于 $B(-3, 0)$, 与y轴交于 $C(0, -3)$ 代入上式得

$$\begin{cases} a(-3+1)^2 + k = 0 \\ a(0+1)^2 + k = -3 \end{cases} \quad \text{解之得} \quad \begin{cases} a = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

∴抛物线的解析式为 $y = (x+1)^2 - 4 \dots\dots\dots 2分$

温馨提示: 解法不唯一, 抛物线解析式也可写成一般式 $y = x^2 + 2x - 3$

或交点式 $y = (x+3)(x-1)$

Q A、B两点关于直线 $x = -1$ 对称

∴ $A(1, 0)$

又Q 直线 $y = -2x + m$ 过点A 代入得 $0 = -2 \times 1 + m$

∴ $m = 2 \dots\dots\dots 4分$

(2)由 (1) 得: $m = 2$

∴ 直线 AE 的解析式为 $y = -2x + 2$

又 Q 直线 $y = -2x + 2$ 与 y 轴交于点 D 与抛物线交于点 E

当 $x = 0$ 时, 代入直线得 $y = 2$

∴ $D(0, 2)$

联立得 $\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = (x+1)^2 - 4 \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} y_1 = 12 \\ y_2 = 0 \end{cases}$

又 Q 点 E 在第二象限

∴ $E(-5, 12)$ 5分

过点 E 作 $EP \perp y$ 轴于点 P

Q $\angle ADO = \angle EDP$, $\angle DOA = \angle DPE = 90^\circ$

∴ $\triangle EDP \sim \triangle ADO$

∴ $P(0, 12)$ 6分

过点 E 作 $EP' \perp AE$, 交 y 轴于点 P'

同理可得: $\triangle P'DE \sim \triangle ADO$

∴ 易得 $\angle ADO = \angle PEP'$

∴ $\tan \angle ADO = \tan \angle PEP'$

$$\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{PP'}{EP}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{PP'}{5}$$

$$\therefore PP' = 2.5$$

∴ $P'(0, 14.5)$ 7分

综上所述: 在 y 轴上存在点 P 当 $P(0, 12)$ 或 $P(0, 14.5)$ 时,

以 D 、 E 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ADO$ 相似8分

(温馨提示: 方法不唯一, 也可用相似三角形对应边成比例或射影定理求解)

